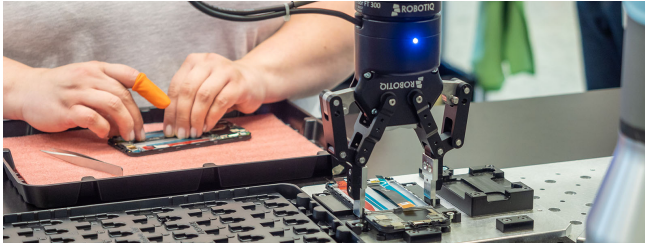


Smartphones

LK-Klausur zum Thema Stochastik



Sogenannte Smartphones werden immer beliebter. Ein Sechstel aller Handy-Besitzer (ca. 10 Millionen) besitzt ein Smartphone. Im Folgenden sollen die genannten Anteile auch als Wahrscheinlichkeiten verwendet werden.

a) **Berechnen** Sie die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse:

E1: Unter 100 zufällig ausgewählten Handy-Besitzern haben genau 15 ein Smartphone.

E2: Unter 200 zufällig ausgewählten Handy-Besitzern besitzen mindestens 25 ein Smartphone.

E3: Unter 200 zufällig ausgewählten Handy-Besitzern besitzen mindestens 32 und höchstens 38 ein Smartphone. (8 P)

In der Produktion eines führenden Herstellers werden 4 % aller Geräte fehlerhaft hergestellt. Es wird einfachheitshalber angenommen, dass die Fehler zufällig und unabhängig voneinander auftreten.

b) **Bestimmen** Sie die Anzahl von Geräten, die der laufenden Produktion mindestens entnommen werden müssen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99 % mindestens ein fehlerhaftes Gerät zu erhalten. (5 P)

Durch eine Produktionsumstellung konnte der Fehleranteil auf 2 % gesenkt werden. Bei einer Charge, die vor zwei Wochen produziert wurde, fehlte die Information, ob es sich bereits um eine bessere mit nur 2 % Ausschuss handelt oder um eine mit 4 % Ausschuss. Um dies zu entscheiden, wurde eine Stichprobe von 200 Smartphones ausgewählt und die Anzahl der defekten Smartphones in der Stichprobe gezählt. Als Entscheidungsregel wurde festgelegt: Befinden sich in der Stichprobe mehr als 5 defekte Smartphones, wird angenommen, dass es sich um eine Charge aus der Produktion mit 4 % Ausschuss handelt, sonst um eine aus der Produktion mit 2 % Ausschuss.

c) **Beschreiben** Sie, welche beiden Fehler bei dieser Entscheidungsregel auftreten können, und **bestimmen** Sie deren Wahrscheinlichkeit. (8 P)

d) Da der Anteil der defekten Smartphones mit 2 % immer noch zu hoch ist, wird nun ein Prüfgerät eingesetzt, das defekte Smartphones mit einer Wahrscheinlichkeit von 99 % erkennt, allerdings auch 0,1 % der funktionsfähigen Smartphones als defekt einstuft.

(1) **Bestimmen** Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein von dem Prüfgerät als defekt eingestuftes Smartphone in Wirklichkeit nicht defekt ist.

(2) Ein Prüfgerät für Smartphones kostet 10.000 €. **Bestimmen** Sie die Anzahl der Smartphones, ab der sich die Anschaffung des Prüfgerätes lohnt, wenn die Reklamation und Ersetzung eines defekten Smartphones Kosten von 110 € und ein zu Unrecht aussortiertes Smartphone Kosten von 100 € verursacht. **(12 P)**

e) Die Herstellerfirma rechtfertigte die letzte Preiserhöhung mit der Behauptung, dass nach einer Verbesserung der Produktion nun maximal 1 % aller Smartphones defekt sind. Ein Großhändler, der von der Preiserhöhung betroffen ist, bezweifelt diese Behauptung und möchte sie daher mit Hilfe eines Hypothesentests überprüfen. Er entnimmt dazu der Lieferung zufällig eine Stichprobe von 1000 Stück und testet die Hypothese $H_0: p \leq 0,01$.

(1) **Ermitteln** Sie eine Entscheidungsregel für die angegebene Hypothese auf Grundlage der Stichprobe mit einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$.

(2) **Beschreiben** Sie im Sachzusammenhang, welchen Fehler der Großhändler durch die Wahl der Hypothese möglichst vermeiden wollte.

(3) **Berechnen** Sie die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Fehlers 2.Art für den Fall, dass der Ausschussanteil unverändert bei 2 % liegt.

(4) Die Wahrscheinlichkeit aus (3) erscheint dem Großhändler unakzeptabel hoch. **Beschreiben** Sie zwei unterschiedliche Möglichkeiten, diesen Test so zu verändern, dass die Wahrscheinlichkeit aus (3) bei gleichbleibender H_0 -Hypothese verringert werden kann. (Hier ist keine Rechnung verlangt.) **(17 P)**