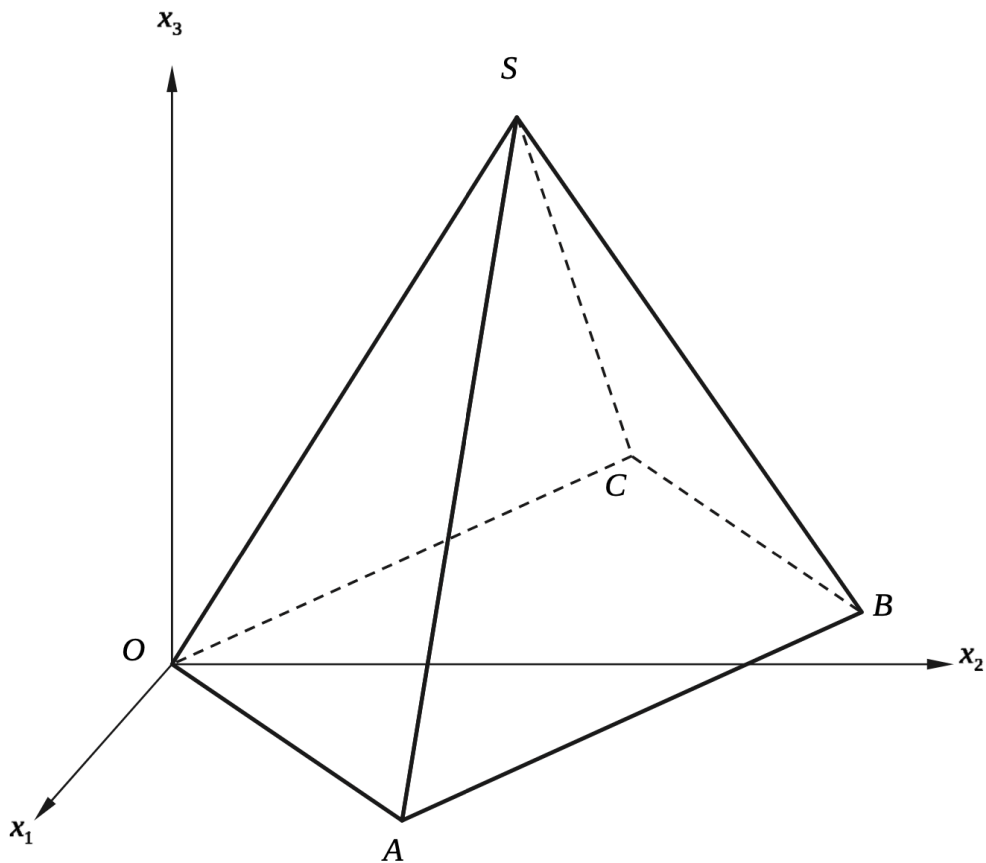


Pyramide

LK-Klausur von 2015 zum Thema Vektorrechnung

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $O(0|0|0)$, $O(6|8|0)$, $B(-2|14|0)$, $C(-8|6|0)$, und $S(-1|7|10)$ Eckpunkte der Pyramide $OABCS$, deren Grundfläche das Viereck $OABC$ ist (siehe Abbildung).



Im Folgenden darf verwendet werden, dass die Seitendreiecke der Pyramide zueinander kongruent sind.

a) (1) **Zeigen** Sie, dass das Viereck $OABC$ ein Quadrat ist

(2) **Berechnen** Sie die Oberfläche der Pyramide $OABCS$.

(5 + 5 P)

b) (1) **Leiten** Sie eine Parameter- und eine Koordinatengleichung der Ebene E her, die durch die Punkte B , C und $Q(3|4|10)$ festgelegt ist.

Diese Ebene gehört zu der durch $E_a: -4a \cdot x_1 + 3a \cdot x_2 + 25 \cdot x_3 = 50a$, $a \in \mathbb{R}$, gegebenen Ebenenschar.
(Zur Kontrolle: $E = E_5$)

(2) **Zeigen** Sie, dass die Punkte B und C in jeder Ebene E_a liegen.

(3) **Nennen** Sie ohne Nachweis die verschiedenen Arten von Schnittgebilden, die beim Schnitt einer der Ebenen E_a mit der Pyramide $OABCS$ entstehen können.

(4) Für genau einen Wert von a ist das Schnittgebilde von Ebene und Pyramide ein Dreieck. **Bestimmen** Sie den entsprechenden Wert von a .

(5) Die Ebene E zerlegt die Pyramide $OABCS$ in zwei Teilkörper. Sie können ohne Nachweis verwenden, dass das Schnittgebilde den Flächeninhalt $\frac{400}{9} \cdot \sqrt{2}$ FE besitzt. **Bestimmen** Sie ein Verhältnis der Rauminhalte der beiden Teilkörper. **(5 + 3 + 4 + 3 + 8 P)**

c) Auf der Geraden AS gibt es genau einen Punkt P , so dass die Strecken \overline{OP} und \overline{BP} senkrecht zu AS sind.

(1) **Bestimmen** Sie die Koordinaten von P . (Zur Kontrolle: $P = (\frac{11}{3} | \frac{23}{3} | \frac{10}{3})$)

(2) **Begründen** Sie, dass der Streckenzug \overline{OPB} ein kürzester Weg von O nach B über den Mantel der Pyramide (Mantel: Oberfläche ohne Grundfläche) ist, und **berechnen** Sie die Länge des Streckenzuges.

(3) Es gibt einen weiteren Streckenzug \overline{ONB} mit $N \neq P$, der auch ein kürzester Weg von O nach B über den Mantel der Pyramide ist. **Begründen** Sie diese Aussage und **bestimmen** Sie die Koordinaten von N .

(6 + 5 + 6 P)