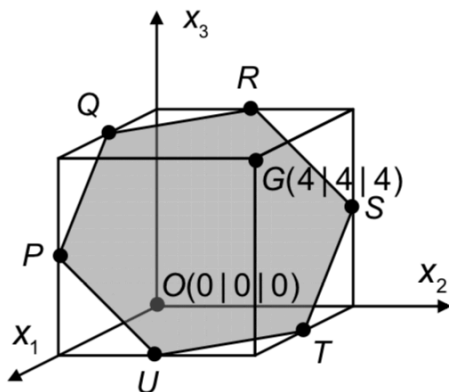


Sechseck im Würfel

GK-Klausur von 2007 zum Thema Vektorrechnung



Der abgebildete Würfel hat eine Kantenlänge der Länge 4 LE sowie die gegenüberliegenden Ecken $O(0|0|0)$ und $G(4|4|4)$. Er wird durch eine Ebene E so in zwei Teile zerlegt, dass als Schnittfläche das grau gefärbte regelmäßige Sechseck entsteht. Die Ecken des Sechsecks sind die Mittelpunkte von sechs Würfelkanten: $P(4|0|2)$, $Q(2|0|4)$, $R(0|2|4)$, $S(0|4|2)$, $T(2|4|0)$ und $U(4|2|0)$.

- a) **Bestimmen** Sie eine Gleichung dieser Ebene E in Parameterform.
Geben Sie eine Gleichung der Ursprungsgeraden OG an.
Zeigen Sie, dass die Gerade OG die Ebene E rechtwinklig schneidet, und **berechnen** Sie den Schnittpunkt M . **16 P**
 (Kontrolllösung: $E: x + y + z = 6$, $M(2|2|2)$)
- b) **Zeigen** Sie, dass das Dreieck PMQ mit $M(2|2|2)$ gleichseitig ist.
Bestimmen Sie seinen Flächeninhalt.
Berechnen Sie den Umfang des Sechsecks und seinen Flächeninhalt.
 (Kontrolllösung: Das Dreieck PMQ hat den Flächeninhalt $2\sqrt{3}$ FE.) **12 P**
- c) **Ermitteln** Sie das Volumen der Pyramide, die das Sechseck als Grundfläche und den Punkt G als Spitze hat, und **berechnen** Sie, wie viel Prozent des Würfelvolumens die Pyramide einnimmt. **8 P**
- d) **Zeigen** Sie, dass die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $s \in \mathbb{R}$, in der Ebene E liegt.
Bestimmen Sie die gemeinsamen Punkte der Geraden g und der Sechseckfläche und **ermitteln** Sie die besondere Lage von g bezüglich des Sechsecks. **14 P**