

[50 Punkte]

In einer Kleinstadt mit ca. 20 000 Haushalten gibt es drei Supermärkte A, B und C, in denen sich die Haushalte mit Lebensmitteln versorgen. Das monatliche Wechselverhalten der Haushalte wird in der folgenden Tabelle verdeutlicht:

Haushalte wechseln von

	A	B	C
zu A	70 %	10 %	10 %
zu B	20 %	80 %	30 %
zu C	10 %	10 %	60 %

- a) Zeichnen Sie einen Übergangsgraphen zu diesem Wechselverhalten und geben Sie die zugehörige Übergangsmatrix M an. (6 Punkte)
- b) Gegeben sei Ihnen eine Anfangsverteilung von 3500 Haushalten, die bei A, 11 200 Haushalten, die bei B und 5300, die bei C einkaufen.
Berechnen Sie die Verteilungen der nächsten beiden Monate. (6 Punkte)
- c) Untersuchen Sie ausgehend von der Anfangsverteilung in b, ob sich die Verteilung des Vormonats eindeutig bestimmen lässt. Falls, ja, bestimmen Sie diese. (10 Punkte)
- d) Bestimmen Sie eine prozentuale Verteilung der 20 000 Haushalte auf die Supermärkte A, B und C, die sich bei dem obigen Wechselverhalten in den folgenden Monaten nicht mehr ändert. (10 Punkte)
- e) Ermitteln Sie, welches Wechselverhalten die Kundschaft des Supermarktes B hätte, wenn langfristig 30 % bei A, 50 % bei B und 20 % bei C einkaufen, sofern das Wechselverhalten der Kundschaft von A und C unverändert bliebe. (7 Punkte)
- f) Zurückgehende Investitionen in Werbung und nachlassende Kundenfreundlichkeit im Supermarkt B führen zum Verlust eines Viertels seiner Stammkundschaft. Zudem wechselt von der wechselwilligen Kundschaft der Supermärkte A und C keiner mehr zum Supermarkt B, sondern wechselt zu einem anderen Supermarkt.
Bestimmen Sie einen möglichen Übergangsgraphen sowie eine Übergangsmatrix M^{**} , die das neue Kundenverhalten in obiger Kleinstadt wiedergibt, und begründen Sie, welche Auswirkungen ein solches Kundenverhalten langfristig für den Supermarkt B hat. (11 Punkte)