

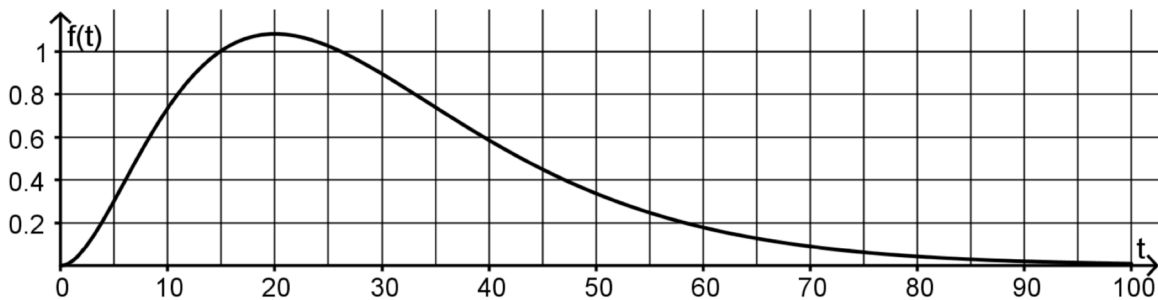
# Fichte

GK-Klausur von 2007 zum Thema e-Funktionen



Durch die Funktion  $f$  mit  $f(t) = 0,02t^2 \cdot e^{-0,1t}$  wird das Wachstum einer Fichte in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  (gemessen in Jahren) beschrieben. Dabei gibt  $f(t)$  nicht die Höhe, sondern die Wachstumsgeschwindigkeit in Metern pro Jahr

(zum Zeitpunkt  $t$ ) an. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  hat eine frisch eingepflanzte Fichte eine Höhe von ca. 20cm. Die Funktion  $f$  ist hier dargestellt.



- a) **Berechnen** Sie den Funktionswert von  $f$  an der Stelle  $t = 30$  und **interpretieren** Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.  
**Beschreiben** Sie anhand des Graphen von  $f$ , wie sich die Fichte im Laufe der Jahre entwickelt.
- b) **Bestimmen** Sie rechnerisch das Alter, in dem die Fichte am stärksten wächst. **Geben** Sie zudem die größte Wachstumsgeschwindigkeit an.  
Es kann dabei ohne Nachweis genutzt werden, dass  $f''(t) = 0,0002(t^2 - 40t + 200) \cdot e^{-0,1t}$ .
- c) **Begründen** Sie anhand des Graphen von  $f$ , dass die Fichte nach 20 Jahren weniger als 20m hoch ist.
- d) **Zeigen** Sie, dass  $F(t) = -0,2(t^2 + 20t + 200) \cdot e^{-0,1t}$  eine Stammfunktion von  $f$  ist.  
**Berechnen** Sie die zu erwartende Höhe der Fichte nach 20 Jahren.
- e) **Begründen** Sie durch Eigenschaften der Funktion  $f$ , dass  $F$  eine Wendestelle hat.
- f) In einem Lexikon steht, dass bestimmte Fichtenarten bis zu 60m hoch werden können.

**Ermitteln** Sie, welche Höhe eine Fichte, deren Wachstum durch die Funktion  $f$  beschrieben wird, maximal erreichen kann (gerundet auf ganze Meter).